

Argomentare, che passione!

V Seminario Nazionale sul curricolo verticale CIDI 2010

Clara Bisso

Firenze, 9 maggio 2010



Indicazioni per il curricolo per il primo ciclo d'istruzione: matematica

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al
termine della scuola primaria:

- ...(l'alunno) affronta i problemi con strategie diverse e si rende conto che in molti casi possono ammettere più soluzioni.

Indicazioni S.P.

- Riesce a risolvere facili problemi (non necessariamente ristretti a un unico ambito) mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati e spiegando a parole il procedimento seguito
- Impara a **costruire ragionamenti** (se pure non formalizzati) e a **sostenere le proprie tesi**, grazie ad attività laboratoriali, alla **discussione tra pari** e alla **manipolazione di modelli costruiti con i compagni...**



Indicazioni Scuola Secondaria di I grado

- Riconosce e risolve problemi di vario genere utilizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.



Problemi e spiegazioni

- Una parte importante dell'attività che richiedo agli allievi di sviluppare, quando sono impegnati a risolvere i problemi è quella della spiegazione della risposta e, in generale, della procedura di risoluzione.
- Dover fornire una spiegazione può indurre negli allievi la necessità di rendere espliciti i loro ragionamenti e le loro procedure, che, altrimenti, rischiano di rimanere sul piano dell'intuizione.



Uso dei problemi del RMT

- La richiesta “Spiegate il vostro ragionamento” è di tipo aperto nel senso che ogni gruppo di allievi vi si rapporta secondo il livello cognitivo e argomentativo acquisito in riferimento alla problematica alla quale è confrontato. (Grugnetti, 2001)

Spiegazione e approccio all'argomentazione

- Come è noto, il termine “argomentazione” ha diverse accezioni ed interpretazioni.
- Nei problemi del RMT e nella didattica che uso abitualmente viene in generale richiesta una spiegazione **atta a ripercorrere le tappe di una procedura risolutiva per spiegarne le ragioni** e tale spiegazione è, in generale, diversa dall'accezione “argomentazione per dimostrare”, richiesta per passare da certe ipotesi a delle conclusioni delle quali si cerca di dimostrare la validità.

Narration de recherche

- La spiegazione ha qualche aspetto comune a quella che nella didattica francese va sotto il nome di *narration de recherche*, definita nel 1991 da Luis Pais nel seguente modo:

Una narrazione di ricerca è la descrizione dettagliata, da parte dell'allievo, della successione delle attività che mette in opera durante la ricerca delle soluzioni di un problema di matematica.

Spiegazione richiesta

- A differenza della *narration de recherche*, la cui caratteristica è quella di una ricerca individuale, che si concretizza con uno scritto che stabilisce una relazione particolare fra insegnante ed allievo, la spiegazione nei problemi del RMT, vede l'impegno congiunto degli allievi di un gruppo che lavora su uno dei problemi.
- L'aspetto, però, della richiesta di una descrizione, se possibile dettagliata, della successione delle attività messe in opera durante la ricerca delle soluzioni di un problema, in qualche modo è presente.

Variazioni in classe

- ❑ In classe, i problemi possono diventare terreno fertile:
- ❑ per un effettivo sviluppo della pratica della *narration de recherche*, con le caratteristiche sue proprie dove, ad esempio, il tempo a disposizione non è fissato
- ❑ per un'attività svolta a gruppi con argomentazione a difesa delle proprie congetture e dibattito per confrontare le proposte dei vari gruppi ed eventualmente arrivare ad acquisire nuove conoscenze.

Duval

- Come ha sottolineato Duval, in una conferenza tenuta a Strasburgo (Copirelem, maggio 2005):
- *In parte, a seguito della scoperta (tardiva) di Vygotski, il linguaggio è stato reintegrato tra le attività che favoriscono l'acquisizione delle conoscenze, ma principalmente nella misura in cui le interazioni sociali (e dunque gli scambi e le discussioni favorite dal lavoro di gruppo) sono anch'esse un fattore importante di sviluppo.*

Nella didattica

- Da un punto di vista didattico, le procedure di risoluzione diventano più importanti delle soluzioni stesse e una spiegazione può facilitare l'individuazione delle conoscenze mobilizzate, nonché di misconcetti e difficoltà. Da qui la necessità di rendere espliciti ragionamenti e procedure.


La corretta interpretazione delle spiegazioni degli allievi costituisce un aspetto sostanziale per comprendere le loro procedure

- Inoltre le attività di problem-solving dovrebbero incoraggiare gli studenti a valorizzare sia la discussione di vari approcci sia la comunicazione di quello che è importante per sostenere le loro soluzioni.

Diverse tipologie di spiegazione

Le spiegazioni che i gruppi di allievi forniscono nei loro elaborati sono perlopiù classificabili secondo le quattro tipologie seguenti:

- ❑ A) la semplice ripetizione dell'enunciato
- ❑ B) la verifica
- ❑ C) un'effettiva spiegazione del tipo “narrazione di ricerca”, nella quale è possibile trovare espressioni del tipo, “ Siccome...allora”, o “Abbiamo fatto dei tentativi e abbiamo capito che...”, etc.
- ❑ D) una vera e propria giustificazione con ricorso ad ipotesi e loro accettazione o refutazione o con tentativi organizzati che permettano di arrivare all'eventuale unicità della risposta o alla esaustività della risposta.

- 
-
- Per esemplificare queste tipologie sono state analizzate le spiegazioni relative ad un problema proposto nella I prova del 13° RMT a tre diverse categorie (4, 5, 6), le cui medie, relative a 10 sezioni (circa 700 classi), dei punti attribuiti (da 0 a 4) sono risultate crescenti al crescere della categoria:
 - - categorie 4: media 1,9
 - - categoria 5: media 2,3
 - - categoria 6: media 2,5
 - Sono stati analizzati gli elaborati di Cagliari, Genova, Perugia e Svizzera romanda.

Il problema

□ 7. LA TARGA DELL'AUTO (Cat. 4, 5, 6)

La polizia cerca l'auto di un ladro.

- un primo testimone ha osservato che il numero della targa è formato da cinque cifre, tutte differenti.
- un secondo testimone ricorda che la prima cifra è 9,
- un terzo testimone ha notato che l'ultima cifra è 8,
- un quarto testimone, che ha 22 anni, ricorda che la somma delle cinque cifre della targa è uguale alla sua età.

Quale può essere il numero della targa dell'auto che la polizia cerca?

Scrivete tutte le possibilità e spiegate come le avete trovate.

La sua analisi a priori

□ ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- **Aritmetica: addizione**
- Logica: combinatoria

Analisi del compito

- Comprendere che la somma delle tre cifre deve essere $5 = 22 - (9 + 8)$. Cercare le possibili scomposizioni di 5 come somma di 3 termini diversi e trovare le 12 combinazioni realizzabili con queste scomposizioni.
- Scrivere i 12 numeri della targa possibili:
9 014 8, 9 041 8, 9 104 8, 9 140 8, 9 401 8, 9 410 8, 9 023 8, 9 032 8, 9 203 8, 9 230 8, 9 302 8, 9 320 8.

Spiegazioni

- Sono pressochè assenti semplici ripetizioni di enunciato o verifiche.
- Alcune spiegazioni delle tre categorie presentano aspetti a cavallo tra quelli della
 - tipologia C) “narrazione di ricerca” e
 - tipologia D) vere e proprie giustificazionisenza però arrivare alla esaustività dei casi possibili. Va anche sottolineata, in questi elaborati, una chiara presentazione dei casi possibili con un elenco “ordinato” dal punto di vista delle permutazioni dei numeri la cui somma dà 5

Lavoro nelle classi

In un caso di una classe di categoria 4, una prima parte della spiegazione è solo una ripetizione dell'enunciato:

“Prima abbiamo letto il testo, sul testo c’era scritto che il primo numero era 9 e l’ultimo era 8.

Abbiamo visto anche che il 4° testimone aveva 22 anni e si ricordava che sommando i 5 numeri della targa il risultato era la sua età e aveva tutti i numeri differenti.”

Nella seconda parte, però, viene descritta, anche se in forma incompleta, la procedura seguita:

Abbiamo sommato $9+8$ e veniva 17 nella targa abbiamo aggiunto un 4 e un 1 e uno 0.

Esempio:

- Una classe di categoria 5:

“Abbiamo capito che senza lo zero non si poteva risolvere il problema. Avevamo trovato una soluzione da 4 cifre senza lo zero: 9328. Poi abbiamo messo lo zero vicino al 9. Quindi usciva 9 0 Se mettevamo il 3 e il 2 dovevamo mettere in mezzo fra il 3 e l'8. Quindi potevamo invertire e mettere prima il 2 poi il 3. Potevamo mettere vicino al 9 il 3 e alternare il 2 e lo 0. Altre cifre possibili sono: il 94108. Con queste cifre si fa lo stesso ragionamento delle cifre di prima.

prima osservazione

- ❑ La spiegazione non riporta la prima parte della ricerca per arrivare a 9328, bensì l'aspetto che appare probabilmente agli allievi quello principale: la necessità dello zero.
- ❑ È anche da sottolineare il tentativo di spiegare le permutazioni delle cifre 3, 2, 0 e, implicitamente anche delle cifre 4, 1, 0.

Tipologia D...

- Possiamo invece considerare a pieno diritto la seguente spiegazione di una classe di categoria 5 nella tipologia D:
- *Siamo partiti da quello che diceva che i numeri della targa sommati fanno 22 e quindi dovevamo arrivare a 22. Abbiamo sommato i 2 dati cioè 9 e 8 e fa 17 e da 17 a 22 c'è 5, poi abbiamo fatto gli amici di 5 con 3 cifre. Così abbiamo trovato: 3-2-0, 2-2-1, 3-1-1, 4-1-0. 5-0-0.*

Ma c'è qualcosa in più

- *Però c'è scritto che 2 cifre non possono essere uguali allora rimanevano solo 2-3-0, 4-1-0. Poi abbiamo aggiunto 9-8 e abbiamo cambiato l'ordine delle 3 cifre centrali e sono venuti questi numeri:*
- *9-4-1-0-8, 9-0-4-1-8, 9-4-0-1-8, 9-0-1-4-8, 9-1-4-0-8, 9-1-0-4-8, 9-2-3-0-8, 9-0-2-3-8,*
- *9-2-0-3-8, 9-3-0-2-8, 9-0-3-2-8, 9-3-2-0-8.*
- *E questa è la soluzione.*
- *Nella scelta ragionata delle sole due terne possibili, 3-2-0 e 4-1-0, vediamo un bell'esempio di esaustività dei casi possibili*

Risposta

Se possibilità delle Torgha sono 12

Ragionamento

Siamo partiti da quello che dice
vo che i numeri delle Torgha somati
fanno 22 e quindi dovevamo avvicinarci
a 22. Abbiamo sommato i 2 dati
cioè 9 e 8 e ~~no~~ fa 17 e da 17 a 22
c'è 5, poi abbiamo fatto gli amici
di 5 con 3 cifre.

Così abbiamo Trovati: 3-2-0, 2-2-4, 3-1-4,
4-1-0, 5-0-0.

Poi c'è scritto che 2 cifre non possono
essere uguali allora rimaneremo solo
2-3-0, 4-4-0.

Di abbiamo aggiunto 9-8 e abbiamo
cambiato l'ordine delle 3 cifre centrali
e sono venuti questi numeri:

9-4-1-0-8, 9-0-4-1-8, 9-4-0-1-8, 9-0-4-0-8, 9-1-4-0-8,
9-1-0-4-8, 9-2-3-0-8, 9-0-2-3-8, 9-2-0-3-8, 9-3-0-2-8,
9-0-3-2-8, 9-3-2-0-8.

È questo è la soluzione



seconda osservazione

- **L'analisi delle spiegazioni sembra evidenziare una crescita nella qualità delle spiegazioni nel passare dalla categoria 4 alla categoria 5, mentre, non è evidenziata un'analoga crescita nel passaggio alla categoria 6.**

Conclusioni

Questo problema potrebbe rappresentare un buon esempio di utilizzazione in classe di problemi del RMT al fine di avviare gli allievi ad un approccio all'argomentazione.

- Infatti potrebbe essere oggetto di un'attività svolta a gruppi al fine di difendere:

- le proprie congetture e
- le proprie scelte,

stimolando gli allievi a **giustificare** le proprie procedure risolutive e

- potrebbe essere seguito da una successiva e approfondita discussione in classe a partire dalle spiegazioni degli allievi e dall'eventuale domanda da parte dell'insegnante:

**“Siamo proprio sicuri che le targhe siano 12 e non di più?
Perché?”**



Conclusioni

- La valenza dell'abitudine a descrivere la procedura di risoluzione di un problema, si situa su diversi livelli che coinvolgono sia gli allievi che gli insegnanti.
- Per quanto riguarda gli allievi, la necessità di esplicitare le fasi della ricerca per risolvere un problema - esplicitazione che avviene mediante il linguaggio naturale - può costituire un primo importante passo verso un'attitudine riflessiva relativa alle scelte operate, come base necessaria per lo sviluppo di un successivo pensiero argomentativo e dimostrativo.
- Da parte loro, gli insegnanti possono avere, almeno in parte, accesso ai processi mentali mobilizzati dagli allievi in fase di risoluzione di un problema, con il loro eventuale bagaglio di difficoltà, ostacoli, errori e misconcetti.