

# Il curricolo per la cittadinanza Area Scientifica: matematica

Brunetto Piochi (università di Firenze)

*IRRE Toscana, 28 febbraio 2007*

# Matematica: Perché? Cosa?

*L'educazione Matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita", sviluppando "in modo specifico, concetti, metodi e atteggiamenti utili a produrre le capacità di ordinare, quantificare e misurare fatti e fenomeni della realtà e a formare le abilità necessarie per interpretarla criticamente e per intervenire consapevolmente su di essa*

(MPI 1985)

La competenza matematica è la capacità di un individuo di **identificare e comprendere il ruolo** che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.

## *Che cosa è PISA?*

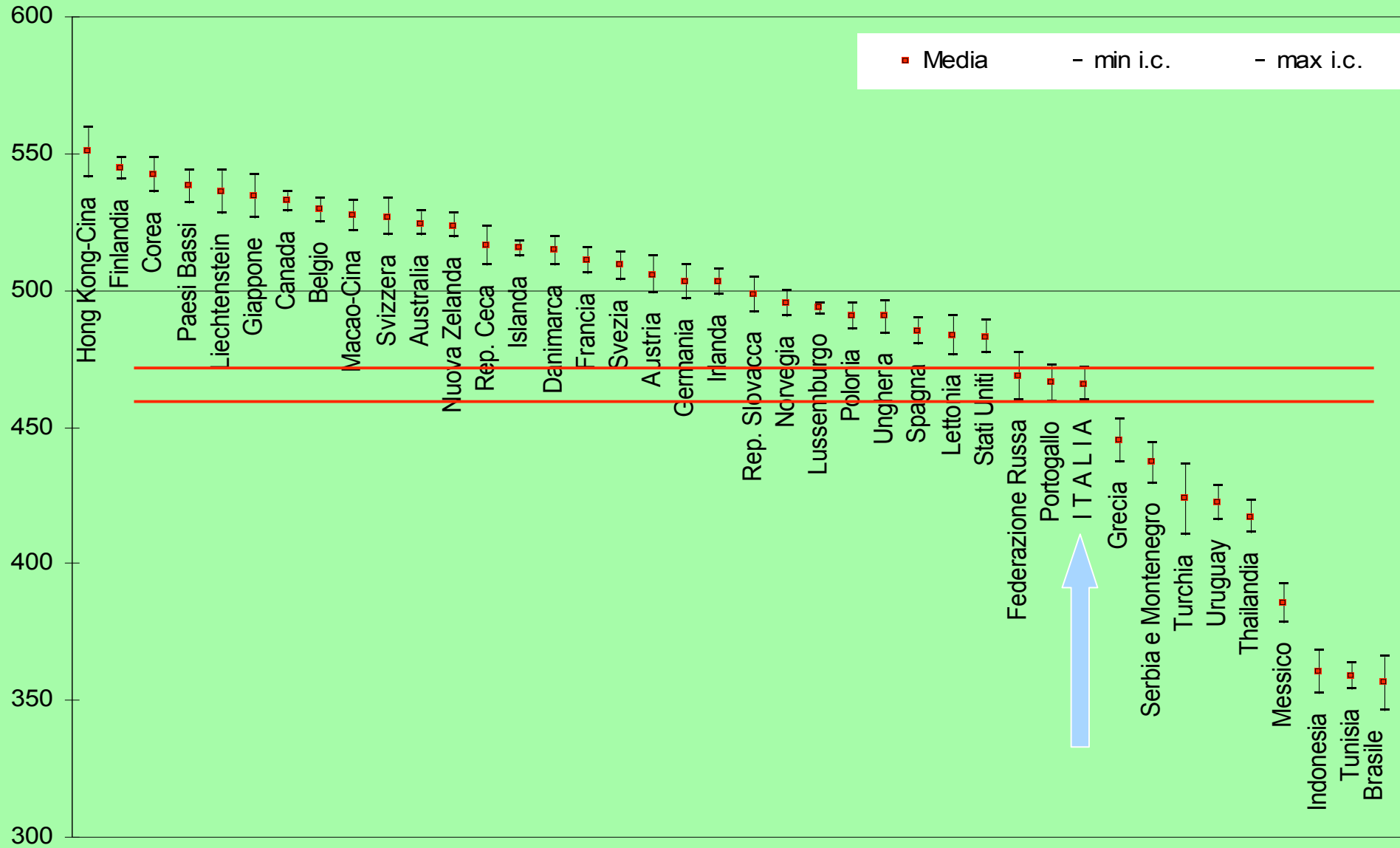
- Un'indagine internazionale promossa dall'OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico) per accertare le competenze dei quindicenni scolarizzati: si svolge con periodicità triennale.
- PISA ha l'obiettivo generale di verificare se, e in che misura, i giovani che escono dalla scuola dell'obbligo abbiano acquisito alcune competenze giudicate essenziali per svolgere un ruolo consapevole e attivo nella società, per continuare ad apprendere per tutta la vita.
- PISA non si focalizza sulla padronanza di contenuti curricolari, ma sulla capacità di utilizzare competenze acquisite durante gli anni di scuola, utili per affrontare e risolvere problemi e compiti che si incontrano nella vita quotidiana e per continuare ad apprendere.

## PRESENTAZIONE DELL'INDAGINE

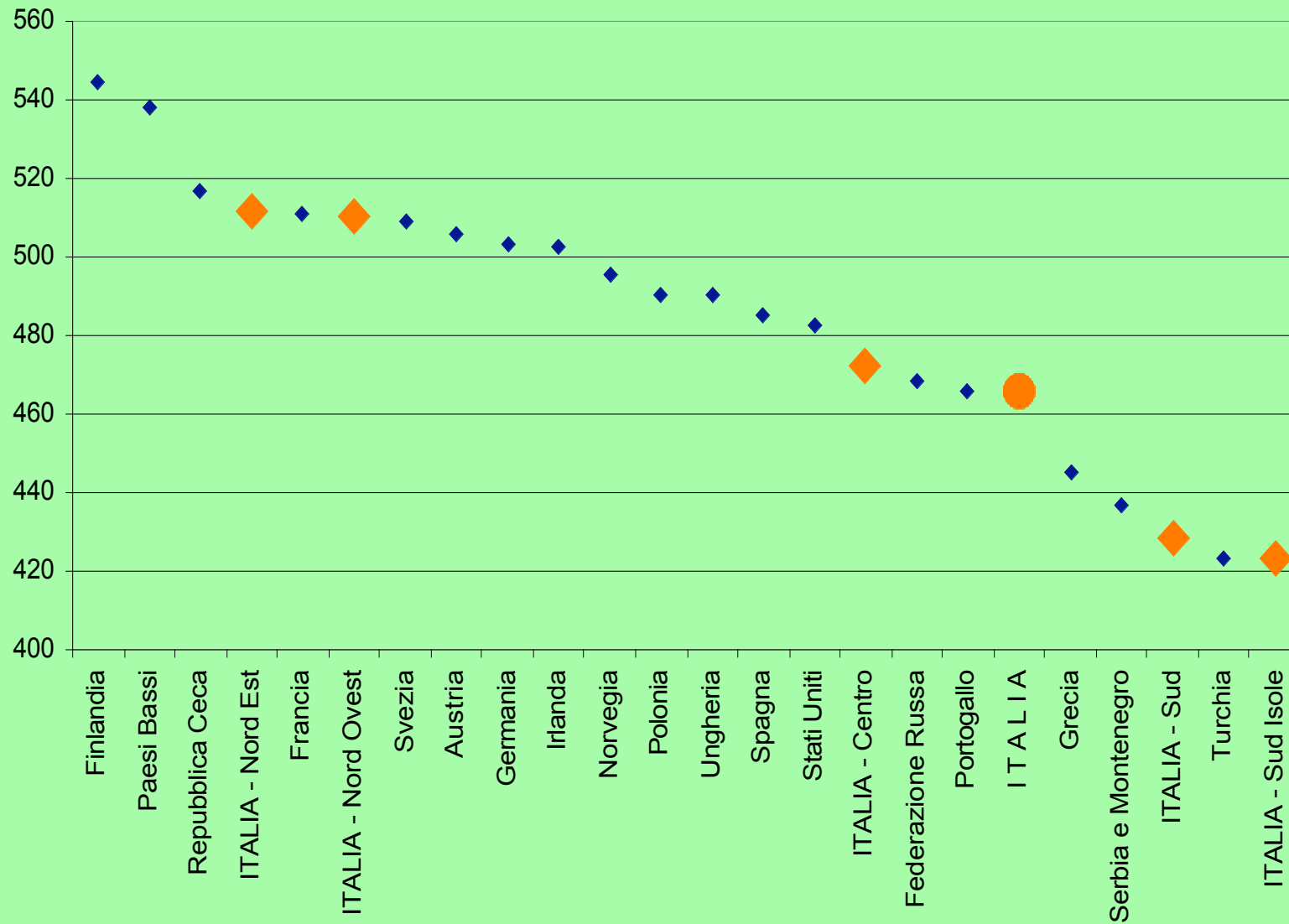
### *Caratteristiche del progetto*

- Tre ambiti di *literacy*: lettura, matematica e scienze + problem-solving (solo nel 2003)
- Periodicità triennale con un'area di contenuti principale in ciascun ciclo
  - PISA 2000 lettura, PISA 2003 matematica, PISA 2006 scienze
- Popolazione bersaglio: i quindicenni scolarizzati
  - PISA 2003: nati nel 1987
- In ogni Paese il campione è costituito da un minimo di 150 scuole con un campione di 35 studenti per scuola.
- Il campione italiano nel 2003 è stato di 407 scuole per un totale di oltre 11.000 studenti a rappresentare una popolazione di circa 500.000 studenti.

# Risultati di PISA 2003 - Matematica



# Confronto tra le medie di strato e alcuni paesi di riferimento



L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, risolvere e porsi problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni d'incertezza. La conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale e non deve costituire unicamente un bagaglio astratto di nozioni. (UMI 2003)

La formazione del curricolo scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale.

Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: priva del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, essa diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. I due aspetti si intrecciano ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato lungo tutto il percorso di formazione.

(UMI 2003)

## **Nuclei di Contenuto**

<b>Quantità</b>	<i>Numero e algoritmi;</i>
<b>Spazio e Figure</b>	<i>Spazio e figure</i>
<b>Cambiamento e Relazioni</b>	<i>Relazioni e funzioni</i>
<b>Incertezza</b>	<i>Dati e Previsioni</i>

## **Nuclei di Processo**

<b>Argomentare, generalizzare,comunicare</b>	<i>Argomentare,congetturare, dimostrare</i>
<b>Modellizzare la realtà</b>	<i>(Misurare)</i>
<b>Usare linguaggio matematico e rappresentazioni</b>	<i>Risolvere e porsi problemi</i>

# Nuclei di Contenuto

# Quantità

**Quantificare per organizzare la realtà.** Tra i suoi aspetti più importanti vi sono la comprensione delle dimensioni relative, il riconoscimento di modelli numerici e l'uso di numeri per rappresentare quantità e attributi quantificabili degli oggetti del mondo reale (misure e conteggi). Inoltre, la *quantità* ha a che fare con l'elaborazione e la comprensione di numeri rappresentati in vari modi.

**Ragionamento quantitativo.** Componenti essenziali del ragionamento quantitativo sono: il concetto di numero, l'uso di diverse rappresentazioni numeriche, la comprensione del significato delle operazioni, l'averne un'idea dell'ordine di grandezza dei numeri, i calcoli eleganti da un punto di vista matematico, i calcoli mentali e le stime.

# Spazio e forma

**Lo studio della forma e delle costruzioni** comporta la ricerca di somiglianze e differenze ed è strettamente legato al concetto di “capire lo spazio”. Questo significa imparare a conoscere, esplorare e conquistare lo spazio per poter vivere, respirare e muoversi in esso con una maggiore consapevolezza (Freudenthal, 1973).

Per ottenere ciò, dobbiamo essere in grado di **capire le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni**: dobbiamo essere consapevoli di come vediamo le cose e del perché le vediamo così, dobbiamo imparare a navigare attraverso lo spazio e attraverso le costruzioni e le forme. Ciò significa capire la relazione tra forme e immagini o rappresentazioni visive, come la relazione tra una città reale e le fotografie e le carte topografiche di quella città; significa anche capire come si possano rappresentare gli oggetti tridimensionali in due dimensioni, come si creino e si interpretino le ombre e che cosa sia la prospettiva e come funzioni

# Cambiamento e Relazioni

**Pensare in termini funzionali**, cioè pensare in termini di relazioni, è uno degli obiettivi disciplinari fondamentali dell'insegnamento della matematica.

Ogni fenomeno naturale è la manifestazione di un cambiamento; **nella realtà si possono osservare tra i fenomeni molte relazioni**, sia temporanee che permanenti. Alcuni processi di cambiamento comportano semplici funzioni matematiche e possono essere descritti o modellizzati in base a esse. Le relazioni matematiche assumono spesso la forma di equazioni o disequazioni, ma vi possono anche essere relazioni di natura più generale (equivalenza, divisibilità, inclusione, ...).

**Le relazioni possono essere rappresentate in molti modi** (rappresentazioni simboliche, algebriche, grafiche, tabulari e geometriche). Rappresentazioni diverse possono essere utili per scopi diversi e hanno proprietà differenti. Il passaggio da una rappresentazione all'altra è spesso un

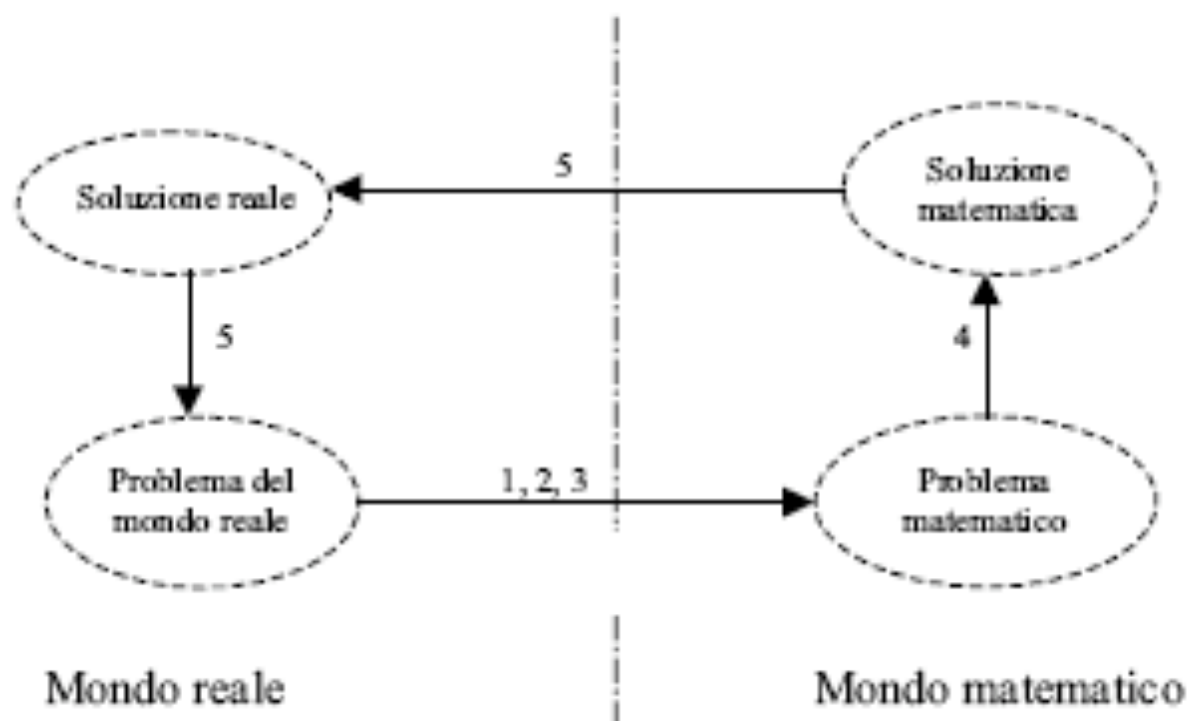
# Incertezza

L'attuale "società dell'informazione" offre una gran **quantità di informazioni**, presentandole spesso come precise, scientifiche e dotate di un certo grado di certezza. Nella vita quotidiana, tuttavia, ci imbattiamo in risultati elettorali incerti, crolli del mercato azionario, previsioni del tempo inattendibili, e molte altre dimostrazioni dell'incertezza del nostro mondo.

La constatazione di tale *incertezza* chiama in causa due argomenti tra loro correlati: **i dati e il caso**. Tali fenomeni sono oggetto di studi matematici nella **statistica** e nella **teoria della probabilità**. Attività e concetti matematici specifici in questo ambito sono la raccolta e l'analisi dei dati, la loro rappresentazione o visualizzazione, la probabilità

# Matematizzare la realtà

Figura 1.3 • Il ciclo della matematizzazione



- 1) Si parte da un problema situato nella realtà.
- 2) Si organizza il problema in base a concetti matematici e si identificano gli strumenti matematici pertinenti.
- 3) Si ritaglia progressivamente la realtà attraverso processi quali il fare supposizioni, il generalizzare e il formalizzare il problema, che mettono in evidenza le caratteristiche matematiche della situazione e trasformano il problema reale in uno matematico che rappresenti fedelmente la situazione di partenza.
- 4) Si risolve il problema matematico.
- 5) Si interpreta la soluzione matematica nei termini della situazione reale, individuando anche i limiti della soluzione proposta.

# Tradurre il problema dalla realtà alla matematica

- identificare gli aspetti matematici pertinenti a un problema collocato nella realtà;
- **rappresentare il problema** in modo diverso, cioè organizzarlo secondo concetti matematici ed effettuare supposizioni adeguate;
- capire le relazioni tra il **linguaggio del problema** e il **linguaggio simbolico e formale** richiesto per capire il problema dal punto di vista matematico,
- trovare regolarità, relazioni e *pattern*;
- riconoscere aspetti isomorfi ad altri problemi già noti;
- tradurre il problema in termini matematici, cioè in un **modello matematico**

# Lavorare sul modello matematico

- l'uso di diverse **rappresentazioni** e il passaggio da una all'altra;
- l'uso di un **linguaggio** simbolico, formale e tecnico e delle operazioni;
- la rifinitura e l'adattamento dei **modelli matematici**, l'associazione e l'integrazione dei modelli;
- l'**argomentazione**;
- la **generalizzazione**.

# Interpretare e convalidare i risultati

- la comprensione delle potenzialità e dei limiti dei **concetti matematici**;
- la riflessione sulle **argomentazioni matematiche** e la spiegazione e la giustificazione dei risultati;
- la **comunicazione** del procedimento seguito e della soluzione trovata;
- la **critica** del modello e dei suoi limiti.

# Nuclei di Processo

# Modellizzare la realtà

- strutturazione del campo o della situazione che deve essere modellizzata;
- tradurre “la realtà” in strutture matematiche;
- lavorare con un modello matematico e validarlo,
- interpretare i modelli matematici in termini di “realtà”;
- riflettere, analizzare e valutare un modello e i suoi risultati;
- comunicare ad altri il modello e i suoi risultati (compresi i limiti di tali risultati)

# Usare linguaggio matematico e rappresentazioni (Porsi e Risolvere Problemi)

- decodificare e codificare, tradurre, interpretare e distinguere le diverse forme di rappresentazione di oggetti e situazioni matematiche e le relazioni tra le varie rappresentazioni;
- scegliere e passare da una forma di rappresentazione a un'altra, in relazione alla situazione e allo scopo.
- decodificare e interpretare il linguaggio simbolico e formale, comprendere il suo rapporto con il linguaggio naturale;
- tradurre il linguaggio naturale in linguaggio simbolico/formale;
- lavorare con enunciati ed espressioni che contengano simboli e formule;
- usare variabili, risolvere equazioni ed effettuare calcoli.
- formulare e definire diversi tipi di problemi matematici

# Argomentare, generalizzare, comunicare

- sapersi esprimere in vari modi su questioni di carattere matematico, in forma orale e scritta
- comprendere gli enunciati scritti od orali di altre persone circa tali questioni.
- formulare domande tipiche della matematica (“C’è...?”, “Se è così, quanti?”, “Come troviamo...?”);
- conoscere i tipi di risposte che la matematica dà a tali domande;
- seguire catene di ragionamenti matematici di diverso tipo e valutarne la validità;
- creare ed esprimere ragionamenti matematici.

<http://archivio.invalsi.it/ri2003/pisa2003/>